

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 14.02.2009

CLASA A XII-A

1. Se dă legea de compoziție " $*$ ": $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x * y = xy - 3(x + y) + 12$.

a) Să se determine numărul real a astfel încât mulțimea $G = [a; \infty)$ să fie parte stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea " $*$ ".

b) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $\underbrace{x * x * \dots * x}_n = 4$, $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Să se calculeze $\int \frac{\cos x}{(2 + \sin x)(3 + \sin x)^3} dx$, $x \in \mathbb{R}$.

Gazeta Matematică

3. Fie (G, \cdot) un grup și $a \in G$. Arătați că dacă $x \cdot a^3 = a \cdot x^3$, $\forall x \in G$, atunci $a \cdot x = x \cdot a$, $\forall x \in G$.

4. Să se determine toate funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pentru care

$f(x) \cdot F(x-1) = 1 + x^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, unde F este o primitivă a lui f .

Notă:

- 1) Toate subiectele sunt obligatorii.
- 2) Timpul de lucru este de 3 ore.